

北大生は高校で数学のどの科目を学んできたか？

高校数学履修内容調査の結果報告

西森 敏之^{1)*}, 吉田 知行²⁾

1) 北海道大学高等教育機能開発総合センター, 2) 北海道大学大学院理学研究科

What subjects of mathematics did Hokkaido University's students learn in their high schools ?

A report on the results of an inquiry about the subjects they learned before entrance

Toshiyuki Nishimori^{1)**}, Tomoyuki Yoshida²⁾

1) Center for Research and Development in Higher Education, Hokkaido University

2) Graduate School of Science, Hokkaido University

Abstract Since April 1997, we had new students who studied in the revised Standards by the Ministry of Education. We were very anxious about what subjects of mathematics they learned in their high schools because it was us that would teach them mathematics (linear algebra and calculus, etc.). We made an inquiry on this theme May 1998 with cooperation by our colleagues in Department of Mathematics. We asked about other subjects as natural science, social science and so forth, too. We hope that the information collected in this report would help teachers prepare their lectures.

(Received on March 6, 1999)

1. はじめに 調査の趣旨と概要

昨年度(平成9年度)から,新課程の教育を受けた学生が入ってきた。全学教育科目で数学(線形代数学・微分積分学など)を担当するものとして,彼らがどのような数学を高校で学んだかはとても気になることである。たとえば,線形代数学を教える場合,学生がベクトルや行列についての知識があるかどうかで,教え方はずいぶん違ったものになる。それらの知識のない学生が多いなら,講義をより基礎的なレベルから始めざるを得なくなり,以後の講義にいろいろの支障が生ずるだろう。微分積分学や統計学などを教える場合にも同様である。

旧課程と新課程の数学を比べると,次のような点が気になる。

「数学ABC」のすべての項目を学ぶ必要はなく,選択制になった。

「数学I」とか「数学C」という名前では,内容が分からない。

「数学A」の(1)「数と式」が選択になっている。

「数学A」の(2)「平面幾何」が,30年ぶりに復活した。

分数関数・無理関数が「数学III」(1)に移った。旧課程では1年で学んでいた。

強い関連のある内容が分断されている。たとえば,

*) 連絡先: 060-0809 札幌市北区北9条西8丁目 北海道大学高等教育機能開発総合センター

**) Correspondence: Center for Reserch and Development in Higher Education, Hokkaido University, Sapporo 060-0809, JAPAN

「三角比」(数学Ⅰ(2))と「三角関数」(数学Ⅱ(1)), 「ベクトル」(数学B(1))と「行列」(数学C(1))など。

「数学A」「数学B」「数学C」の項目で使っているコンピュータ言語のBASICは、すでに時代遅れである。かわりにどうするかと言われると困るが。

「統計処理」が、さらに片隅(「数学C」(4))に追いやられた。

「微分方程式」がなくなった。

実際、末尾に列挙してある参考文献に見られるように、新課程数学の問題点は、これまでも数多く指摘されてきた。

以上のことを念頭において、平成10年5月に北海道大学の第1学年のいくつかのクラスで、出身高校でどのような数学の科目・項目を履修してきたかについて調査を行った。

アンケートの結果は次のようにまとめられる。

(A) 学生の多くは、大学1年次の「線形代数学」や「微分積分学」を学ぶために必要な項目(ベクトル、行列、数列、微積分、いろいろな曲線)を高校で学んできている。

(B) しかしわずかだが、これらの項目を学んでいない学生がいる。

(C) 文系の学生には、行列や二次曲線、数列の極限に関する知識を期待できない。

この論文では、調査の結果とその示唆するところを紹介する。本論の各章の題は、

2. アンケート内容と調査の実際
3. アンケートの集計結果
4. 新課程数学の内容と問題点
5. 入試問題における数学
6. 履修調査から分かること
7. 結論
8. さいごに。

であり、「注」「参考文献」のあとに、付録として、

- A. 学習指導要領について
- B. 旧課程内容(平成8年度以前卒業生)
- C. 北大入試要項について
- D. 反省点
- E. 数学以外の科目

を付け、「アンケート用紙」原文を最後につけた。

2. アンケート内容と調査の実際

アンケートで調べることにしたのは、(1)「数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ」のどの科目を履修したか、(2)「数学A・B・C」ではどの項目(「数と式」～「統計処理」)を履修したか、(3)「理科」「地理歴史」「公民」の3教科についても、どの科目(「総合理科」「物理ⅠA」～「政治・経済」)を履修したか、という3項目である(くわしくは表1を参照)。

表1. アンケートの履修科目・項目(太字は、理系の2次試験で要求される項目)

教科	科目	項目(「数学A・B・C」のみ)
「数学」	「数学Ⅰ」	
	「数学Ⅱ」	
	「数学Ⅲ」	
	「数学A」	数と式, 数列, 平面幾何, 計算とコンピュータ
	「数学B」	ベクトル, 複素数, 確率分布, 算法とコンピュータ
	「数学C」	行列, いろいろな曲線, 数値計算, 統計処理
「理科」	総合理科, 物理(ⅠA・ⅠB・ⅠC), 化学(ⅠA・ⅠB・ⅠC) 生物(ⅠA・ⅠB・ⅠC), 地学(ⅠA・ⅠB・ⅠC)	
「地歴」	世界史(A・B), 日本史(A・B), 地理(A・B)	
「公民」	現代社会, 倫理, 政治・経済	

アンケート調査ではこれらの科目・項目をチェックさせることにした。高校で実際に教えられている数学の科目・項目, それにセンター試験および2次試験で要求される科目・項目については, あとでもう少し詳しく説明する。

履修調査は次の要領で行われた。

(a) アンケート用紙の文面は, 吉田の作成したものをもとに, 西森が改良したものを使用した。調査項目は前記の通り。実際のアンケート用紙は, 付録として添付した。

(b) 調査は, 平成10年5月の第3週から第4週(18日~29日)に行なった。

全数調査ではないが各学部(理・工からは各学科または系)から少なくとも1クラスを選んだ。実施の都合上数学科の専任教官の担当するクラスを対象にした。教官には, あらかじめ了承を得ていた。全部で15の数学(線形代数と微分積分学)のクラスを対象にし, すべてのクラスから回答が得られた。

(c) 信頼性を確保するために, 学生の氏名等を書かせた。

調査対象のクラスは, 表2の通りである。法学部には線形代数・微分積分学の講義がないので, 今回のアンケートの対象にはしなかった。

(d) アンケート用紙は, 最終的に西森がクラスごとに集計した。

3. アンケートの集計結果

アンケート, データの集計と整理は西森が行った。ただし次の規準をもうけた。

- ・旧課程学生のデータは除いた。
- ・文系は経済学部の学生だけを集計の対象とした。実際文系の他の学部の学生で線形代数や微分積分学を履修した学生は数人である。
- ・アンケート集計からは, 以下の項目を除いた。

表2. 調査対象クラスと大学1年次での数学の履修形態

学部	系	組	調査した組	数学教科形態
文 教 経 法	---	1--4	法学部以外 をまとめた クラス	線形代数・微積分 片方のみ選択できる(注1)
	---	5		
	---	11--14	---	線形代数・微積分なし(注2)
理	数理	15	15	線形代数と 微積分両方が必修
	物理	16--17	16	
	化学	18--19	19	
	生物	20	20	
医 歯 薬	---	21--22	21	線形代数I必修, 他は選択 線形代数・微積分選択 線形代数・微積分必修
	---	23	23	
	---	24--25	24	
工	材料化学	26--27	27	線形代数・微積分 共に必修
	情報工レ	28--31	28	
	物理工学	32--34	33	
	社会工学	35--38	36	
農 獣医 水産	---	39--42	40	線形代数・微積分選択 線形代数・微積分選択 線形代数・微積分選択
	---	43	43	
	---	44--47	44	

- (a) 学生番号・氏名・出身高校。(都道府県)。
- (b) 理科・地歴の科目の IA・IB・II の別。
- (c) 大学での数学の授業についての要望。
・一部しか習わなかったことを示す マークは、1/2 としてカウントした。

「数学」関係の集計結果は表3,4の通りである。「理科」「地歴」「公民」を含めたすべての集計結果は付録として添付した。調査対象の15クラス全体で、新課程の数学を履修した学生720人分のデータが得られた。

4. 新課程数学の内容と問題点

アンケート調査の分析にかかる前に、高校で教えている数学の内容と、北大の入学試験について述べておこう。まず昨年度と今年度入学の学生が学んできた新課程の高校数学について簡単に紹介する。新課程の数学は、「数学Ⅰ」「数学Ⅱ」「数学Ⅲ」という基礎的な科目と、「数学A」「数学B」「数学C」というやや高度な内容を含む科目の合計6科目からなる。これらの科目の内容は表1および付録にある通りである。

理系 「数Ⅰ」「数Ⅱ」「数Ⅲ」「数A」「数B」「数C」
文系 「数Ⅰ」「数Ⅱ」「数A」「数B」

というのが標準のようである。「数学A,B,C」の教科書は、それぞれ4つの項目からなり、高校ではその中のいくつかを選択して教えることになる。これが新課程の特色のひとつになっている。

どの項目を教えるかは各高校によって違う。かなり多くの高校では、Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,A,B,Cの順番には必ずしも拘泥せず、たとえば次のような教え方をしているという。

「数学A」の「数と式」を最初にやる。

「数学Ⅰ」の三角比に続けて「数学Ⅱ」の三角関数をやる。

「数学A」の「数列」は2年生でやる。

「数学Ⅰ」の「個数の処理」に続けて「数学B」の確率分布をやる。

「数学A」の「平面幾何」と「計算とコンピュータ」、
「数学B」の「算法とコンピュータ」、
「数学C」の「数

値計算」と「統計処理」はやらない。

北海道内の高校で、数学Aの平面幾何を教える高校は少なく、確率分布をやらないことが多いという。コンピュータや統計関係を教えている高校はないか、あってもきわめてまれであるという。

新課程の数学のカリキュラムについては、これまでも多くの問題点が指摘されてきた。実際、高校の数学の教師の間では、今回のカリキュラムの評判はきわめて悪い。最悪との声も高い。これについては、『数学セミナー』『数学の楽しみ』(参考文献参照)などに述べられている。上にも述べたように、多くの高校では授業のやり方の工夫で、新カリキュラムの持つさまざまな問題点を緩和している。教える側の苦勞がしのばれる。

学生を受け入れ教える大学の数学担当の教官としては、新カリキュラムのもとで数学を学んだ学生の出来具合が気にかかる。吉田が昨年度と今年度持った2クラスで見たところでは、学生の数学のレベルは、旧課程(平成8年入学まで)の学生に比べて落ちていると感じた。まず、良くできる学生が少なくなった。計算問題ではそれほど落ちたとは感じないが、証明問題がまったく解けなくなっていることに驚かされた。毎年出している問題は次のものである。

問題

連立1次方程式(*) $Ax = b$ の1つの解を x_0 とする。同次形の連立1次方程式(**) $Ax = 0$ の解 x_1 に対し、 $x_0 + x_1$ は(*)の解であることを示せ。また(*)の解は全て $x_0 + x_1$ と書けることを示せ。

(三宅『入門線形代数』培風館より)

試験に出すことをにおわせておいたにもかかわらず、どちらのクラス(工学部情報・農学部)も正解者は全体の1割もいなかった。旧課程(経済学部・歯学部・水産学部・獣医学部)では、4割以上が正解していた(特に獣医学部の成績はきわめて良かった)。また、以前から、証明の文章が日本語になっていなかったが、それがますますひどくなった。数学の学力というよりも、思考能力や国語の能力の低下を感じさせる。新カリキュラムのせいと断言できないが、気になる。

表 3. 数学関係科目・項目の履修状況 (1) --- 理学部・工学部

学部 系 クラス番号 サンプル数	理						工	
	数理	物理	化学	生物	材料	情報	物理	社会
	15	16	19	20	27	28	33	36
	34	42	48	37	57	41	54	47
数学 I	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
数学 II	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	00%
数学 III	100%	93%	96%	97%	95%	95%	96%	94%
数学 A								
数と式	100%	98%	100%	96%	98%	96%	99%	100%
数列	100%	98%	100%	97%	98%	96%	100%	100%
平面幾何	18%	24%	20%	26%	29%	30%	29%	38%
計算とコン	3%	0%	0%	3%	0%	0%	4%	0%
数学 B								
ベクトル	100%	95%	100%	97%	98%	95%	100%	100%
複素数	100%	89%	94%	95%	98%	91%	95%	94%
確率分布	51%	48%	56%	45%	61%	70%	47%	66%
算法とコン	3%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	0%
数学 C								
行列	97%	92%	92%	92%	90%	91%	95%	98%
曲線	94%	89%	93%	95%	93%	94%	99%	97%
数値計算	3%	0%	6%	5%	2%	4%	4%	2%
統計処理	1%	1%	3%	1%	2%	0%	2%	1%

表 4. 数学関係科目・項目の履修状況 (2) --- 理学部・工学部以外

学部	経済	医	歯	薬	農	獣医	水産
クラス番号	11-14	21	23	24	40	43	44
サンプル数	122	24	54	40	48	19	53
数学 I	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
数学 II	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
数学 III	9%	92%	89%	90%	89%	95%	98%
数学 A							
数と式	100%	96%	93%	100%	96%	100%	100%
数列	100%	96%	94%	100%	98%	100%	100%
平面幾何	22%	29%	51%	29%	29%	26%	36%
計算とコン	2%	0%	2%	0%	0%	5%	0%
数学 B							
ベクトル	99%	96%	96%	100%	98%	100%	100%
複素数	97%	75%	68%	100%	96%	95%	92%
確率分布	61%	65%	62%	73%	61%	68%	54%
算法とコン	0%	0%	2%	0%	0%	5%	1%
数学 C							
行列	16%	92%	93%	95%	94%	95%	91%
曲線	11%	94%	92%	91%	96%	95%	93%
数値計算	1%	10%	13%	3%	4%	3%	8%
統計処理	2%	13%	7%	3%	2%	0%	6%

さて、学生を受け入れ教える大学の数学担当の教官が目にするのは、新カリキュラムの次のような点であろう。

(a)旧カリキュラムに比べて教える内容のレベルが落ちている。項目だけ見れば、旧カリキュラムの内容は、新カリキュラムのどこかにあるように見える。しかし内容は薄っぺらなものになっている(分数関数・無理関数・行列・空間図形・確率その他たくさん)。

(b)「数学A」「数学B」「数学C」は、内容のすべてを学んでくるわけではない。「数列」「ベクトル」「複素数」といった項目を学んでいない学生がいる可能性がある。

(c)反面「平面幾何」「複素数」「計算とコンピュータ」「算法とコンピュータ」「数値計算」が加わった。

このようなことから、大学で新生に数学関係の科目(「線形代数学」「微分積分学」「数理の世界」「統計学」など)を教える側としては、以下の問題が生ずる。

- ・新生はどのような予備知識を持って大学に入ってきたか。不足の分をどうするか。
- ・入ってくる学生の論理的思考能力は、大丈夫か。
- ・多くの学生が学んでくると期待される「複素数」を、

大学の教育にどう生かすか。

「線形代数学」を教えるとき、「ベクトル」や「行列」を履修しなかった学生は無視するか、それとも彼らのために講義をやさしいことから始めるか、あるいは講義全体の水準を落とすかという問題が生じる。「微分積分学」でも、「数列」や「いろいろな曲線」(楕円・双曲線・極座標など)を履修しなかった学生のことを考えておく必要がある。

5. 入試問題における数学

高校がどのような科目のどの項目を教えるかは、大学入試に大きく依存する。北大の場合、センター試験とそのあとの2次試験がある。「北海道大学平成11年度入学者選抜要項」から、数学に関する部分を整理してまとめておく。センター試験は、全学部・系とも、数・Aと数・Bが必須である(注3)。2次試験の方は、前期・後期、文系・理系で出題範囲が異なっている。後期では数学を出題する学部が少ないが、受験者は当然前期試験受験のため数学を勉強しているはずである。受験すべき数学の科目と出題範囲については、以下の表5, 6, 7を参照のこと。

表5. センター試験で受験を要する数学関係科目

日程 前・後期	学部・系 全学部・系	受験を要する科目 (数・数A)と (数・数B, 工, 簿, 情報から1科目)
------------	---------------	----------------------------------------------

表6. 2次試験で受験を要する数学関係科目

日程	学部・系	受験を要する数学科目	必修・選択
前期	文	数・A・B	選択(注4)
	教法経	数・A・B	必修
	その他	数・A・B・C	必修
後期	理・数物	数・A・B・C	必修
	工	数・A・B・C	必修
	その他	なし	

表7. 2次試験における数学ABCの出題項目

理系・文系	数学科目	項目
文系	数A 数B	「数と式」と「数列」 「ベクトル」か「複素数と複素数平面」 出題するときは、両方の項目を出題、選択解答
理系	数A 数B 数C	「数と式」と「数列」 「ベクトル」と「複素数と複素数平面」か、 「ベクトル」と「確率分布」のどちらか2項目。 「複素数」、「確率分布」から出題するときは、 この両方から出題し、選択解答させる。 「行列と線形計算」と「いろいろな曲線」

6. 履修調査から分かること

調査結果を見てただちに見て取れることがいくつ
かある。まず科目と項目ごとに見ていこう。

「数I」「数II」は、旧課程で卒業した学生と専門高
校卒業生選抜（教育学部2名）と特別選抜（推薦入
学（薬学部15名）・帰国子女・私費外国人留学生）で
入学した学生を除けば、理系・文系にかかわらずすべ
ての学生が高校で履修しているはずである。

「数II」を履修しなかったという学生が、全アン
ケート回答中、文（2%）・理物理（8%）・理化学（4%）・
医（7%）・歯（10%）・薬（10%）・工情報（4%）・工
物理（2%）・工社会（6%）・農（8%）・獣医（11%）に
結構数多くいた。彼らはすべて旧課程学生であり、集
計表からは、これらの学生を除いた。

「数III」は文系でも9%の学生が履修している。理
系ではほとんど（97%以上）の学生が履修している。

「数学A」の「数と式」は、選択項目の中ではもっ
とも重要な項目であり、また入学試験の範囲に入っ
ているせいで、ほぼ全員が学んでいた。

「数列」と「ベクトル」の履修率はきわめて高い（94
%以上）。

「複素数」は、医・歯を除けば、どの学部も90%以
上の履修率である。それに対し、医学部は75%、歯学
部は68%と置いていたより低い。

「確率分布」の履修率は、45%～73%である。薬学
部73%、工学部情報70%、獣医68%が高い。経済は

61%であった。反対に、理・数理51%、理・物理48%
であった。

「行列と線形計算」は、理系ではかなり高い（90%
以上）。文系では16%と低い。

「いろいろな曲線」は、理系ではかなり高い（89%
以上）。文系では11%と低い。

「平面幾何」の履修率は18%から38%、平均30%
である。調査前に考えていたより高い。経済学部と理
学部が意外と低く（18%～26%）、歯学部が高い
（51%）。他の学部はその中間だが、工・社会工学が
38%、水産36%とやや高い。理・数理は18%であっ
た。

コンピュータ関係の項目の履修率はきわめて低い。
「計算とコンピュータ」1.1%（720名中8名）「算法と
コンピュータ」0.7%（5名）「数値計算」（4.2% 30名）。
現行のような形で、「数学」の中でコンピュータを教
えることの意義があるのだろうか。

「統計処理」の履修率は、医学部13%、歯学部7%、
水産学部6%をのぞけばきわめて低い（3%以下）。こ
の項目も存在意義が疑われかねない。

次に学部・学科（または系）を見ていこう。

経済学部では、全員が高校で「数学A」の「数と式」
「数列」を履修している。「ベクトル」「複素数」も数
名を除きほぼ全員が履修している。「確率分布」は
61%が履修している。「数III」「数C」（行列、いろい
ろな曲線）を履修した学生が10%以上いる。

理学部数理系では、「数と式」「数列」「ベクトル」「複

素数」を全員が履修している。平面幾何は18%と意外と少ない。「確率分布」は51%である。「行列」は97%、「いろいろな曲線」は94%と履修してこなかった学生が数人いるようである。

理学部物理系で目に付くのは、1クラスの1割(3~4人)程度の学生が「複素数」「行列」「いろいろな曲線」のいくつかを履修していないことである。

理学部化学・生物,農学部,獣医学部も理学部物理系とほぼ同じ傾向である。

医学部と歯学部では、なぜか「数学III」を取っていない学生が1クラスに3名ほどいる。複素数の履修率も75%と68%で高くない。

薬学部は、全員が「数と式」「数列」「ベクトル」「複素数」を履修している。ただし「数学III」を履修していない学生が1割程度いる。

工学部の各系は、9割以上の学生が「数学III」「数と式」「数列」「ベクトル」「複素数」「行列」「いろいろな曲線」を履修している。情報学科の「複素数」91%「行列」90%、材料学科の「行列」90%という履修率には注意が必要である。これは、1クラス5名程度の学生がこれらを履修していないことを意味している。

水産は8%(1クラス4~5名)程度の学生が「複素数」「行列」「いろいろな曲線」を履修していない。

7. 結論

最初に短く調査の結論を述べてから、個別の場合に詳しい内容を述べ、現在取られている対策に触れることにする。

アンケート調査の結果や、高校の数学の内容から以下の結論が出せそうである。

結論1. 北海道大学の新入学生の大部分は、大学の数学を学ぶ上で必要な、高校数学の科目・項目を履修している。

結論2. 一部の学生は、重要な項目(「数と式」「数列」「ベクトル」「複素数」「行列」「いろいろな曲線」)を履修していない。

次のことには常に注意しておくべきである。

・高校の新課程数学の内容は、それ以前に比べるとレベルが落ちている。2年前までの旧課程学生と同じに講義することはできないだろう。

・全員が同じ内容を学んできたわけではない。一部に予備知識の不足した学生がいることに、留意しておく必要がある。

・「ベクトル」は知っているが「行列」は知らない、「関数の極限」は知っているが「数列の極限」は知らないといったアンバランスな知識を持った学生がいる。

(履修内容に関する注意点以外に、学生の学力低下という頭の痛い問題がある。履修したということと、理解し応用できることとは少し違いがある。これはこれから検討すべき問題である。)

(1) 文系(ほとんどが経済)の学生の場合

彼らの80%以上が「数学C」の「行列と線形計算」を学んでいないのは大きな問題である(「ベクトル」の方は、ほとんど全ての学生が学んでいる)。旧課程では、1年次の「代数・幾何」でベクトル・行列(2次)を勉強しているはずである。そのため線形代数学の講義には、導入部をさらにていねいにする必要があるだろう。線形代数学が選択科目で履修しなくてもよいという状態ではなおさらである。

大部分(約90%)が「数学III」を履修していない。この中に、分数関数や関数の極限の説明がある。したがって、文系の微分積分学の講義では、これらの予備知識をまったく仮定しないで講義をする必要がある。

また「数学C」の「いろいろな曲線」も、約90%の学生が学んでいない。この項目では2次曲線を表す方程式と媒介変数表示について学ぶことになっている。文系の講義では、楕円の定義や曲線の方程式さえ知らない学生を相手にしていると意識する必要がある。

反面「ベクトル」と「複素数」は、ほとんど(99%と97%)の学生が履修している。したがってこちらの知識はあると思って講義をしても問題はないであろう。もっともせっかく学んだ「複素数」のことが、大学の講義にほとんど生かされていないのは残念である。

教養部の時代には、文2系(経済系)の学生には、線形代数学・微分積分学の双方を履修することが推奨されていた。現在ではそういう指導がない。部外者ながら、現在の経済学を学ぶための数学を教えなくて、経済のエキスパートを養成できるのかおおいに疑問を感じる。そもそも高校で「行列と連立方程式」を学んでいない学生に対して、微分積分学の現行の

カリキュラム(多変数を含む)を、線形代数学の履修がない状況で履修させることは不可能である。

(2) 理系の学生の場合

理系の学生の方が人数が多く、理学部・工学部では数学が必修であるだけに問題は大きい。

アンケートによると、理系のほとんどの学生は、以下の科目と項目を高校で履修している。

- 「数学Ⅰ」「数学Ⅱ」「数学Ⅲ」
- 「数学A」---「数と式」「数列」
- 「数学B」---「ベクトル」「複素数」
- 「数学C」---「行列と連立1次方程式」「いろいろな曲線」

しかし、各クラスには、これらのいくつかを学んでいない学生が必ず何人かいる。特に目立つ学部・系をあげると表8のようになる。

これを見ると医学部での「複素数」の非履修率(25%)、歯学部での「複素数」の非履修率(32%)が気になる。また理学部物理系と工学部情報で、すべての項目が100%でないことにおどろく。高校で「ベクトル」や「複素数」などを勉強しないで、物理や情報をやろうという無謀さは心配である。そのほかの学部・学科にも、これらの履修率が100%でないところがある。

上の項目(ベクトル・複素数・行列・いろいろな曲

線)を出身高校で学ばなかった学生は、最初からハンデを持つことになる。その人数はひとつひとつのクラスでは少人数なので、教える側では彼らを単にできない学生であって、責任は学生にあると見がちである。教え方によっては、学生に履修上の困難が生じるかもしれない。

(3) 統計関係の項目

学生には確率・統計関係の予備知識をまったく期待できない。高校数学の確率・統計は「数学Ⅰ」(確率)、「数学B」(確率分布)、「数学C」(統計処理)で学ぶことになっている。昔からそうだったが、あきれほどの冷遇ぶりである。選択の隅っこに追いやられた上に、入学試験の範囲外ということもあって、「確率分布」を学んだ学生は全体の半分以下、「統計処理」を学んだ学生はほとんどいないという悲惨な状況である。平成12年度入試からは、「確率分布」も入試の範囲外になる。

文系では統計学を学ぶための数学的知識を期待できない。統計では、数列、和の記号、指数関数などの微積分を必要とする。これらの知識について、理系では、ほとんどの学生が大丈夫である。しかし文系(特に経済学部)の大部分の学生は指数関数の底を知らず、したがって正規分布の説明がむずかしい。医・歯・薬では、これらを履修しなかった学生が最大で1割程度いる。これも彼らが統計を学ぶときの障害になるだろう。

確率や統計は、理系・文系を問わず、科学的なもの

表8. 数学の主な選択項目での非履修率(%)。数理は比較のため。

学部・学科	理・数理	理・物理	医	歯	工・情報
数学Ⅰ	0	0	0	0	0
数学Ⅱ	0	0	0	0	0
数学Ⅲ	0	7	8	11	5
数と式	0	2	4	7	4
数列	0	2	4	6	4
ベクトル	0	5	4	4	5
複素数	0	11	25	32	9
確率分布	49	52	35	38	30
行列	3	8	8	7	9
曲線	6	11	6	8	6

の見方の基礎をなすものであり、もっと重視すべきと思う。そもそも大学でさえ、統計学関係は講座も教官も少なく、それが高校数学での統計の冷遇ぶりにつながっているのかもしれない。ちなみに西森の専門は幾何、吉田の専門は代数であって、統計とは何の関係もない。

(4) 対策

大学で数学を学ぶための基礎的知識に欠けている学生に対しては、補修授業(いわゆるリメディアル教育)をいくつかの大学でやっている(『高等教育ジャーナル』参照)。北大の場合は、教育改善推進経費プロジェクト「ビデオで学ぼう理科科目」として、ビデオガイダンスの運用が始まっている。これは、物理・化学・生物・地学・数学の講義を履修していない学生のために、ビデオを利用しながら自習する際の参考として利用してもらうものである。履修している学生も、授業の予習・復習の助けとしても利用できる。これらのビデオは、附属図書館北分館2階にあり、館内で自由に視聴できる。ビデオとあわせて利用する教科書があり、また名誉教授のガイダンスも受けられる。数学については、文系の学生用に、高校数学の「数Ⅰ」「数Ⅱ」「数A」「数B」から選んだ題材を12巻(各巻90分)にまとめたものが置いてある。ただし参考書は今のところあまり充実していない。

8. さいごに

講義・演習などのさまざまなタイプの授業があるけれども、学生にどの程度の予備知識を仮定するのか、あるいはできるのかということは、授業をデザインするための基本的事項である。この履修内容に関する調査がいくらかでも役立ってほしいと願っています。

この調査にこころよく協力して下さった大学院理学研究科数学専攻(理学部数学科)の方々に感謝いたします。

注

1. 経済以外は「数理の世界」も選択できる。
2. 「数理の世界」だけを選択できる。
3. 専修学校高等課程の学生を除く。
4. 地歴公民と数学から1科目選択。

参考文献

- 鴨 浩靖・小沢 健一・何森 仁・一楽 重雄(1995-1997), 「往復書簡 --- 新カリキュラムに向けて」, 『数学セミナー』
- 蟹江 幸博・黒木 哲徳・中馬 悟朗(1997), 「インターネットの立ち話」, 『数学セミナー』, 日本評論社
- 高等教育フォーラム監修(1999), 「日本の理科教育があぶない」学会センター関西発行
- 文部省(1989), 『高等学校 学習指導要領』
- 西森 敏之(1997), 「大学生の数学の学力は低下しているか? --- 日本数学会のアンケート調査から」, 『高等教育ジャーナル(北大)』 2,185-201
- 西村 和雄・上野 健爾(1998,1999), 「教育を考えなおすために(上・下)」, 「数学のたのしみ」10-11, 日本評論社
- 小笠原 正明(1996), 「リメディアル教育の動向」, 『高等教育ジャーナル(北大)』 1,54-56
- 岡部 恒治(1997), 「数学教育の試み --- 文系の一般教育・基礎教育として」, 『高等数学教育ジャーナル(北大)』 2,235-242
- 小野寺昭雄(1998), 「小学生も笑っている大学生のオソマツ「数学力」」, 『週間読売』 11.22号
- 太田啓之(1999), 「東大・京大生も「学力崩壊」」, 『週間朝日』 3.26号
- 徳永 正晴(1996), 「教育改革について --- 理系」, 『高等教育ジャーナル(北大)』 1,10-13
- 上野 健爾(1997,1998), 「数学つれづれ草」, 『数学のたのしみ』 1-9, 日本評論社
- 上野 健次郎・大久保 紀晴・高久 充昭(1998), 「教材章づくりの舞台裏」, 『数学の楽しみ』 8,12-22
- 全学教育委員会編(1997), 「全宅教育科目の充実に向けて」, 『センターニュース』 特別号

付 録

A. 学習指導要領について

以下は、現行の学習指導要領から、数学の科目の内容を取り出したものである。

最下位の項目番号は除いた。「数学 A」「数学 B」「数学 C」は、4つの項目からいくつか選択して学習することになっている。

数学 I (4 単位)

(1) 二次関数

ア) 二次関数とグラフ (関数とグラフ, 二次関数とそのグラフ)

イ) 二次関数の値の変化 (二次関数の最大・最小, 二次方程式と二次不等式)

(2) 図形と計量

ア) 三角比 (正弦, 余弦, 正接, 三角比の相互関係)

イ) 三角比と図形 (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量)

*用語・記号: \sin , \cos , \tan

(3) 個数の処理

ア) 数え上げの原則

イ) 自然数の列

ウ) 場合の数 (順列, 組合せ)

*用語・記号: ${}_nP_r$, ${}_nC_r$, 階乗, $n!$

(4) 確率

ア) 確率とその基本的な法則

イ) 独立な試行と確率

ウ) 期待値

*用語・記号: 余事象, 排反

数学 II (3 単位)

(1) いろいろな関数

ア) 指数関数 (指数の拡張, 指数関数, 対数関数)

イ) 三角関数 (角の拡張, 三角関数とその基本的な性質, 三角関数の加法定理)

*用語・記号: 累乗根, $\log_a x$

(2) 図形と方程式

ア) 点と直線 (点の座標, 直線の方程式)

イ) 円 (円の方程式, 円と直線)

(3) 関数の値の変化

ア) 微分係数と導関数

イ) 導関数の応用

ウ) 積分の考え

*用語・記号: 極限值, \lim , 不定積分, 定積分

数学 III (3 単位)

(1) 関数と極限

ア) 関数の概念 (分数関数, 無理関数, 合成関数, 逆関数)

イ) 極限 (数列 $\{r^n\}$ の極限, 無限等比級数の和, 関数値の極限)

*用語・記号: 収束, 発散,

(2) 微分法

ア) 導関数 (関数の和・差・積・商の導関数, 合成関数の導関数, 三角関数・指数関数・対数関数の導関数)

イ) 導関数の応用 (接線, 関数値の増減, 速度, 加速度)

*用語・記号: 弧度法, 自然対数, e , 第二次導関数, 変曲点

(3) 積分法

ア) 不定積分と定積分 (積分の意味, 簡単な置換積分法・部分積分法, いろいろな関数の積分)

イ) 積分の応用 (面積, 体積, 道のり)

数学 A (2 単位)

(1) 数と式

ア) 数 (整数, 有理数, 実数)

イ) 式 (整式, 等式と不等式)

(2) 平面幾何

ア) 平面図形の性質 (平面図形に関する基本的な定理, 条件によって定まる図形)

イ) 平面上の変換 (合同変換, 相似変換)

(3) 数列

ア) 数列とその和

イ) 漸化式と数学的帰納法

ウ) 二項定理

*用語・記号:

(4) 計算とコンピュータ

ア) コンピュータの操作

イ) 流れ図とプログラム

ウ) コンピュータによる計算

数学 B (2 単位)

(1) ベクトル

ア) 平面上のベクトル (ベクトルとその演算, ベクトルの内積)

イ) 空間におけるベクトル (空間座標, 空間におけるベクトル)

(2) 複素数と複素数平面

ア) 複素数と方程式の解 (複素数とその演算, 二次方程式の解, 簡単な高次方程式)

イ) 複素数平面 (複素数の図表示, ド・モアブルの定理)

*用語・記号: 虚数, i , 判別式, 偏角, 極形式

(3) 確率分布

ア) 確率の計算

イ) 確率分布 (確率変数と確率分布)

ウ) 二項分布

*用語・記号: 条件付き確率, 平均, 標準偏差

(4) 算法とコンピュータ

ア) コンピュータの機能

イ) いろいろな算法のプログラム

数学 C (2 単位)

(1) 行列と線形計算

ア) 行列 (行列とその演算 (和, 差, 実数倍), 行列の積と逆行列)

イ) 連立一次方程式 (行列による表現, 消去法による解法)

*用語・記号: A^{-1}

(2) いろいろな曲線

ア) 式と図形 (方程式の表す曲線, 楕円と双曲線)

イ) 媒介変数表示と極座標 (曲線の媒介変数表示, 極座標と極方程式, いろいろな曲線)

*用語・記号: 焦点, 準線

(3) 数値計算

ア) 方程式の近似解

イ) 数値積分法 (区分求積法, 面積の近似計算)

(4) 統計処理

ア) 統計資料の整理 (代表値と散布度, 創刊)

イ) 統計的な推論 (母集団と標本, 正規分布, 統計的推論の考え)

*用語・記号: 分散, 標準偏差, 相関係数, 推定

B. 旧課程内容 (平成 8 年度以前の高校卒業者が履修)

「数学 I」を学んだあと, ふたつのコースに分かれる。「数学 II」を学ぶコースと, 「代数・幾何」, 「基礎解析」, 「微分・積分」または「確率・統計」を学ぶコースである。

数学 I (4 単位)

(1) 数と式

(2) 方程式と不等式

(3) 関数 (二次関数・分数関数・無理関数)

(4) 図形 (三角比・平面図形と式)

数学 II (3 単位)

- (1) 確率と統計
- (2) ベクトル
- (3) 微分と積分
- (4) 数列
- (5) いろいろな関数
- (6) 電子計算機と流れ図

代数・幾何 (3 単位)

- (1) 二次曲線
- (2) 平面上のベクトル
- (3) 行列
- (4) 空間図形

基礎解析 (3 単位)

- (1) 数列
- (2) 関数 (指数関数・対数関数・三角関数)
- (3) 関数値の変化 (微分・積分)

微分・積分 (3 単位)

- (1) 極限
- (2) 微分法とその応用
- (3) 積分法とその応用

確率・統計 (3 単位)

- (1) 資料の整理
- (2) 場合の数
- (3) 確率
- (4) 確率分布
- (5) 統計的な推論

C. 北大入試要項より

「北海道大学平成 11 年度入学者選抜要項」から数学に関する部分を以下にまとめておく。

(A) 大学入試センター試験の受験を要する
数学関係科目等

これは全学部・系，前期・後期とも共通で，
(数 I・数 A) と
(数 II・数 B，工，簿，情報から 1 科目選択)
となっている。

(B) 第 2 次入学試験の数学関係出題範囲

(1) 前期日程

文学部：地理歴史 3 科目 (世界史 B・日本史 B・地理 B) のうちから 1 科目 (大学入試センター試験で受験しなかった科目) または公民 (倫理) 若しくは数学 のいずれか 1 科目。

教育学部・法学部・経済学部は，数学 必修。
理・医・歯・薬・工・農・獣医・水産学部は，数学 必修。

(2) 後期日程

数学の試験 (すべて数学 必修) を課しているのは以下の学部・系である。

理学部 (数理系・物理系)，工学部 (全系)

上に出てきた数学・数学 における出題範囲は次の通りである。

【数学 I】数学 I，数学 II，数学 A，数学 B。

ただし，数学 A は「数と式」と「数列」。数学 B は，「ベクトル」か「複素数と複素数平面」。項目「ベクトル」，「複素数と複素数平面」から出題するときは，この両方から出題し，選択解答させる。

【数学 II】数学 I，数学 II，数学 III，数学 A，数学 B，数学 C。

ただし，数学 A は「数と式」と「数列」。数学 B は，「ベクトル」と「複素数と複素数平面」か「ベクトル」と「確率分布」のどちらか 2 項目。項目「複素数と複素数平面」，「確率分布」から出題するときは，この両方を出題し，選択解答させる。数学 C は「行列と線形計算」と「いろいろな曲線」。

なお平成 12 年度入試からは，確率分布が出題範囲から消える。

D. 反省点.

今回のアンケート調査については以下のような問題点があった。今後同様のアンケート調査をするなら、何らかの工夫が必要であろう。

今回のアンケート調査は5月下旬に行ったものである。そのため4月に比べると欠席者数が増えていると思われる。

アンケートの質問項目で理科のIA・IB・IIの選択、地理歴史でA・Bの選択は、細かすぎた。どれを履修したか、覚えていなかったり、勘違いしている学生も無視できない程度いた。教官も、理科や社会の教科に関する学生の質問に正しく答えられたかどうか疑問である。

数学の科目には、もう少し内容についての説明を付けた方が良かった。何を勉強したかは憶えていても、それをどの科目でやったかは忘れられていることがある。数学の科目の内容についても、重複したところがいくつかあり、学生が混乱した可能性がある。

一部履修したものについては、三角印を付けさせたが、あいまいさがあつた。履修しなかったものにバツ印を付けさせる方が良かったかもしれない。

チェックした項目が、本当に出身高校で学んだものか、予備校や自力で学んだものか判別できない。アンケートの趣旨からすると、そのようなものもチェックさせるべきであろう。

学生の名前・学生番号・出身高校を記入させたことには、一長一短ある。長所は、アンケートの信頼性が増すことである。短所としては、プライバシーの問題の他に、「数学」の授業への希望に本音を書いてもらえないことがある。

全数調査でないため、調査対象のクラスによっては、ばらつきがありそうである。ちなみに、1学年は全部で47クラス、2300人余りの学生がいる。今回の調査人数（アンケート解答者720名）のほぼ3倍である。

E. 数学以外の科目の調査結果

数学以外の科目についてもちょっとだけふれておこう。履修の調査対象クラスにおける、「理科」でどの科目を選択したかの割合は表9、10に示した。「理科」について、目に付くところだけを以下に述べる。「地歴」「公民」については省略した（表11、12参照）。

医学部・歯学部・獣医学部での「生物」の履修率は低い（それぞれ、48%、63%、74%）。高校で「生物」を勉強しなかったお医者さんというのは想像しがたいが、これには理由がある。それはセンター試験で「物理」と「生物」を同時に受験できないということである。

地学の履修率は、他の科目に比べてきわめて低い。なぜか高い医学部（18%）を除けば、すべて1%～10%である。医学部が高いのは、医者になるために必要だ

からではなく、単に受験勉強が楽なためと思われる。この科目の存在が危うい。

経済学部では、「生物」（76%）「化学」（66%）「物理」（30%）「地学」（9%）「総合理科」（2%）」の順である。

理系の学生は、「物理」「化学」「生物」のうち、所属する学部・学科で必要と思われる科目を履修しているようである。

しかしながら、工学部化学系で「化学」を取っていない学生が数パーセントいる。また「生物」を取っていない学生が、農学部で18%、水産学部で32%いる。

高校でどの科目を学んだかは、実際に学生が受験する科目に大きく依存している。これは受験で必要でない科目は本気では勉強しない、あるいはまったく履修しないという傾向にもつながる。

表 9. 理科関係科目・項目の履修状況 (1) --- 理学部・工学部

学部 系	理					工		
	数理	物理	化学	生物	材料	情報	物理	社会
クラス番号	15	16	19	20	27	28	33	36
サンプル数	34	42	48	37	57	41	54	47
総合理科	0%	0%	2%	0%	3%	2%	0%	0%
物理	100%	100%	85%	20%	95%	100%	100%	94%
物理 IA	0%	5%	2%	3%	2%	2%	11%	0%
物理 IB	100%	79%	74%	14%	77%	93%	91%	81%
物理 II	97%	71%	58%	11%	70%	95%	87%	77%
化学	100%	98%	98%	92%	98%	100%	98%	98%
化学 IA	0%	5%	0%	5%	2%	2%	9%	0%
化学 IB	100%	76%	88%	73%	82%	93%	89%	85%
化学 II	100%	65%	83%	73%	77%	93%	85%	81%
生物	24%	18%	56%	96%	43%	28%	24%	28%
生物 IA	0%	5%	2%	8%	0%	5%	2%	2%
生物 IB	24%	14%	52%	78%	35%	26%	19%	21%
生物 II	3%	2%	31%	78%	11%	0%	2%	6%
地学	6%	7%	6%	1%	11%	11%	6%	13%
地学 IA	0%	2%	0%	0%	0%	0%	2%	2%
地学 IB	6%	5%	6%	0%	9%	11%	2%	9%
地学 II	0%	2%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

表 10. 理科関係科目・項目の履修状況 (2) --- 理学部・工学部以外

学部	経済	医	歯	薬	農	獣医	水産
クラス番号	11-14	21	23	24	40	43	44
サンプル数	122	24	54	40	48	19	53
総合理科	2%	0%	11%	3%	2%	0%	2%
物理	30%	79%	56%	78%	57%	47%	58%
物理 IA	2%	0%	9%	0%	4%	11%	6%
物理 IB	25%	63%	41%	75%	53%	47%	49%
物理 II	5%	50%	39%	63%	34%	42%	36%
化学	66%	92%	94%	100%	98%	100%	96%
化学 IA	2%	0%	13%	0%	6%	16%	8%
化学 IB	59%	71%	76%	98%	91%	84%	91%
化学 II	7%	67%	74%	98%	89%	89%	87%
生物	76%	48%	63%	55%	82%	74%	68%
生物 IA	3%	0%	11%	0%	4%	16%	8%
生物 IB	70%	25%	52%	55%	72%	53%	68%
生物 II	5%	17%	43%	38%	55%	53%	55%
地学	9%	17%	6%	10%	12%	3%	8%
地学 IA	0%	0%	2%	0%	4%	0%	0%
地学 IB	9%	8%	4%	10%	4%	0%	8%
地学 II	0%	0%	2%	0%	0%	0%	0%

表 11. 地理歴史公民関係科目・項目の履修状況(1) --- 理学部・工学部

学部 系	理					工		
	数理	物理	化学	生物	材料	情報	物理	社会
クラス番号	15	16	19	20	27	28	33	36
サンプル数	34	42	48	37	57	41	54	47
地理歴史								
世界史	81%	45%	69%	62%	54%	74%	74%	39%
世界史 A	3%	2%	7%	14%	5%	10%	10%	9%
世界史 B	72%	31%	58%	43%	37%	60%	60%	21%
日本史	53%	32%	35%	38%	39%	40%	40%	27%
日本史 A	12%	0%	4%	8%	4%	2%	2%	0%
日本史 B	44%	24%	27%	22%	26%	34%	34%	19%
地理	44%	54%	49%	49%	56%	59%	59%	67%
地理 A	3%	5%	6%	0%	4%	2%	2%	6%
地理 B	41%	43%	42%	32%	40%	56%	56%	60%
公民								
現代社会	10%	7%	0%	11%	12%	6%	6%	13%
倫理	50%	36%	64%	50%	55%	41%	41%	35%
政治・経済	65%	49%	71%	54%	46%	49%	49%	41%

表 12. 地理歴史公民関係科目・項目の履修状況(2) --- 理学部・工学部以外

学部	経済	医	歯	薬	農	獣医	水産
クラス番号	11-14	21	23	24	40	43	44
サンプル数	122	24	54	40	48	19	53
地理歴史							
世界史	68%	60%	44%	59%	79%	61%	48%
世界史 A	7%	0%	6%	3%	6%	21%	9%
世界史 B	56%	42%	31%	50%	68%	37%	40%
日本史	57%	27%	40%	55%	50%	18%	29%
日本史 A	2%	0%	0%	5%	4%	0%	4%
日本史 B	52%	25%	30%	48%	38%	16%	21%
地理	35%	65%	50%	43%	50%	47%	68%
地理 A	1%	4%	6%	3%	11%	11%	9%
地理 B	30%	38%	35%	38%	36%	37%	55%
公民							
現代社会	5%	19%	19%	9%	11%	13%	10%
倫理	53%	29%	43%	46%	55%	53%	40%
政治・経済	59%	46%	41%	54%	41%	42%	37%

整理番号

高校での履修に関するアンケート

クラス番号	学部 系	学生番号 氏 名	出身高校 都道府県()
-------	------------------	----------------	---------------------

次の「数学」の項目のうちで高校で履修したものについて、 にチェックして下さい。

次の「理科」、「地理歴史」、「公民」の科目のうちで高校で履修したものについて、 にチェックして下さい。()内はもしわかれば で囲んで下さい。

数学 I (必修)

数学 II

数学 III

数学 A

数と式

数列

平面幾何

計算とコンピュータ

数学 B

ベクトル

複素数

確率分布

算法とコンピュータ

数学 C

行列と連立 1 次方程式

いろいろな曲線

数値計算

統計処理

総合理科

物理 (IA・IB・II)

化学 (IA・IB・II)

生物 (IA・IB・II)

地学 (IA・IB・II)

世界史 (A・B)

日本史 (A・B)

地理 (A・B)

現代社会

倫理

政治・経済

(1 部分しか習わなかったときは、 を で囲んで下さい。)

「数学」の授業についての要望などがあれば、ご記入下さい。