

大規模クラスにおける授業の工夫

木村 良夫*

神戸商科大学

Teaching Techniques for Mathematics Education in Large Classes

Yoshio Kimura**

Kobe University of Commerce

Abstract The author teaches mathematics to freshmen who major in either economics or management. The lecture focuses on the application rather than the theoretical understanding of mathematics. Group work activities are emphasized and cover many topics related to the students' everyday lives, such as the movement of populations and waiting in line. The rationale is that if students are interested in such topics, they are more willing to investigate the models. Although the course is elective, many students enroll and seem to enjoy it.

(Received on December 20, 1999)

1. はじめに

私の大学は、経済経営系の単科大学(1学年の定員は430人)である。1年生を対象に、線形代数と微積分の講義を3クラスずつ開講しているが、数学を重視する管理科学科以外では、いずれも選択科目である。しかし、多数の学生が受講しており、私の担当している線形代数の受講生は、200人ちかくなる。4単位科目であり、25コマ程度を、週2回半期で行う場合と、週1回通年で行う場合がある。出席者は常時100人以上いる。ここでは、選択科目の大規模クラスでの授業の工夫について報告したい。

2. 学生が数学を嫌う理由

数学が嫌いという学生が多く、「大学に入ってまで数学をすと思わなかった」とよく言われる。その理由として、高校での数学が、定理や公式を覚えてそれを問題に適用して解く方法を覚える暗記科目になっていることと、内容が現実の世界と関連がないと感じていることがある。私の授業では、できるだけ応用問題を取り上げるとともに、学生が自分で考えるように課題を出している。

授業の最初に、「頭の体操」と称して数学パズルを10分か15分くらい行う。これはなかなか人気があって、解答を見つけた学生が自分から前に答えを書き

*) 連絡先 : 651-2103 神戸市西区学園西町8丁目2番地の1 神戸商科大学

**) Correspondence: Kobe University of Commerce, Gakuen-Nishimachi 8-2-1, Nishi-ku Kobe, 651-2103, JAPAN

にくる。問題としては

- (1) 4つの1桁の数から四則で10をつくる問題
- (2) 魔方陣や魔法三角
- (3) 虫食い算

などで、線形代数と関係のないものも多い。(さらに詳しく知りたい方は、木村良夫(1997)を参照してほしい。)自分で考えて解答を見つける喜びを思い出してもらおうのが趣旨である。

3. 課題解決学習

本題のほうは、毎時間独立した課題をする。始めに私が、必要な数学の説明と課題の説明を20分くらいする。説明はできるだけ短くして、課題にはいる。課題は、3人以下のグループで相談しながらしてもらうことが多い。グループの作り方は学生にまかせている。2人のグループや1人ですることも認めている。途中でグループの変更も認めている。ただし、机が3人用なので、4人以上のグループは認めていない。

課題をしている間、私は学生のようにすを見て回る。そこで、学生から質問が出ることもある。また、つまづきが多いものについては、追加の説明を黒板でする。

グループ学習を奨励しているのには2つの理由がある。提出物を見るのに時間が節約できるというのが消極的な理由である。提出物については、短時間で見てコメントをつけて返却する。大学教員のなかには提出物を返却しない人が多いが、学生からするとどこが不十分なのか分からないから教育的ではない。グループ提出にすることによって大規模クラスでも、提出物を見て返すことができる。もうひとつの理由は、学生間の教え合いを組織するということである。ちょっとしたことが分からないときなど共同作業の時間に友達に聞けば分かるようになる。

また、授業中にやった課題を提出してもらう以外に、2回程度レポートを提出してもらう。このために、一辺が6mmのます目のレポート用紙をつくり、それを使ってもらっている。他人に分かるように文章できちんと書くことを要求している。はじめは、レジメのようなものが多く出るが、2回目になるとかなり文章で書くようになってくる。2週間くらいの時間を与えているが、そのときにはグループで図書館とかアパートに集まって長時間相談することもあるようである。

4. 課題の例

課題について、いくつかの例をあげてみる。

4.1 行列の積と実数の積の比較

問題 正方行列 A, B についてつぎの命題は正しいか、調べよ。

- (a) どのような A, B についても $AB = BA$ が成り立つ。
- (b) $AB = 0$ であれば $A = 0$ または $B = 0$ となる。
- (c) $A \neq 0$ である A について、 $AB = I$ となるような行列 B が存在する。ただし、 I は単位行列である。

命題の理解はかなり難しいようである。(a) については、反例をあげる学生は少数で、同値変形で処理しようという者が多かった。(b) について対偶をとってその反例を考えるのは苦手なようであった。(c) については、授業中「 $AB = I$ となる B が存在する A を見つけたいのではありませんか？」と質問する者が2,3いた。なかにはそういうように理解する学生もいるのだなと思ったら、大部分の学生がそのように理解して、逆行列を持つ例を書いて解答にしていた。マークシート方式の統一試験になってから、このように論理的に文章を理解することが困難になってきている。しかし、適当な課題を出すと、命題、論理といったことに学生は関心を示す。

4.2 人口移動モデル

問題 都市と農村だけの小さな国がある。人口は合わせて100万人で、変化はない。ここで、つぎのような人口移動が毎年起こると遠い将来の人口の分布はどうなるか？

- 前年度の都市人口の8%は農村に移動する。
- 前年度の農村人口の12%は都市に移動する。

この問題では、 n 年後の都市人口を x_n 、農村人口を y_n で表すと、年毎の人口の変化が

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.92 & 0.12 \\ 0.08 & 0.88 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}$$

と表される。この式をもとにいくつかの初期条件の場合に、人口の変化を求め、それをグラフに表したりしながら、予想をし、固有値、固有ベクトルの知識を使ってそれを証明する。さらに、人口の増加があるようなもっと一般的な場合も調べる。これについては、グループでレポートにして提出してもらう。

レポートを見ての感想は、いくつかの場合についてデータを求め、それをグラフにするところまでは作業しているが、データの見方が貧弱で、増減しか見ていないものが多いということである。都市と農村の人口比や年々の変化率を見ているものは少ない。こういった学習の経験がまったくといってないからであろう。

4.3 酔っ払いはどこに行く？

問題 酔っばらいが道路を歩いている。彼の家は第1交差点の所にあり、なじみのバーは第6交差点の所にある。

第2から第5の各交差点において酔っばらいは一休みする。その後彼がバーの方に歩き出す確率は $\frac{2}{3}$ であり、家の方に歩き出す確率は $\frac{1}{3}$ であるとする。バーか家に着けば酔っばらいはその中に消える。

いま第2交差点にいてとして、この男がバーに行き着く確率は家へ戻る確率より大きいだろうか？



簡単なランダムウォークの話である。行列を使つての解法を説明する前に、サイコロをつかつての模擬実験をグループでして記録してもらう。これは大変楽しそうである。これでだいたいの予想ができたところで、行列のべき乗をコンピュータで計算したデータを配布して、それから結論を読み取ってもらう。数学の世界のデータを現実の課題と関連づけて解釈することが授業の狙いである。

4.4 待ち行列のシミュレーション

問題 小さな街の郵便局の話である。小さな郵便局なので、窓口が1つしかない。1分間に平均0.8人のお客が来る。(1分間に0.8の確率でお客が現れるとする。)お客が1分たった後に用件をすまして帰る確率が0.6とする。また、既に、4人の客が列に並んでいると新しく来たお客は帰ってしまう。このときに、行列の長さの推移についてどのような事がわかるだろうか？

4.3の例より少し複雑な確率の話である。はじめに、2系列の乱数を使つての模擬実験を100分間してもらう。乱数としては0から99までをランダムに配列したものを使っている。0から79が出ると客が来る。また、0から59が出ると客の用件がすむということにして、グループで作業させる。作業の結果をまとめ、平均の列の長さ、来たけれど列に並ばずに帰った人の数、用件をすませた人の数、窓口の空き時間などを出させる。そして、この郵便局がどういう状態なのか記述させる。

その後、推移を表す行列の固有ベクトルを使って理論的に列の長さの平均値などが求まることを説明する。

レポートの課題にするときには、確率の数値を変えた(例えば、電算化によって用件をすまして帰る確率が0.6から0.8に変わったことにする)モデルを考え、初めのモデルと比較させる。

5. 数学的な内容

この授業で教えている数学的な内容は、ベクトル、行列の定義から入って、固有値、固有ベクトルまでをあつかっている。行列式も教えるが、基底については簡単に触れる程度である。行列の対角化は教えてい

ない。他の大学では、おおむね2単位でこなしている内容である。それを、毎時間やりきりの課題にして、学生に考えてもらいながらゆっくりやっている。特に、現行のカリキュラムになってから、行列については全く学習していない学生がほとんどになった。入試では、数学II、数学Bまでのセンター試験を課しているが、一次変換が消え、行列が数学Cで扱われるようになったことから、行列の定義などもていねいに教えないと、2次正方行列の積の定義すら定着しない学生が現われる。

数学の概念については、出てきたところで教えるというのではうまくいかないので、人口移動のモデルの話をする前に、固有ベクトルについて取り扱う。その場合にも、一次変換で傘の図を写すこと(図1参照)や移動図を描かせるなどの作業をする課題と関連づけて学習させる。行列式についても、あみだくじをつかったの置換の学習と関連づけて教えている。

さらに、数学の学習を続けたいという学生のために「経済数学」「経営数学」という4単位の専門科目が開講されている。そういうこともあって、専門の方から学習内容についての注文があるわけではなく、内容を厳選できる条件がある。

6. 評価について

評価については、配布したプリント、提出物、ノートファイルをまとめて提出させる。ファイルはA4サイズの2穴バインダーを推薦している。はじめに、目次代わりに授業日誌を入れ、授業の展開に合わせてプリント、ノート、提出物を整理して、最後に授業全体の感想をつけてもらう。テストはしない。

提出物は、簡単なものでは、授業の感想、スライドの感想などがある。さらに、授業中出した課題やレポートがあり、10個くらいある。ほとんど出していれば、優が良(レポートがあまりよくない場合)にしている。提出物が少ない学生は、あまり授業に出ていない学生であり、不可としている。

99年前期のクラスでは77%の受講者に単位を出した。ファイルの返還時に評価を知らせ、学生に異義を申し立てる機会を与えているが、来る学生は多くない。ただ、他の授業に比べて提出物が多いため「かなり出したのに不可になった」と不満に思っている学生も少しいるようである。

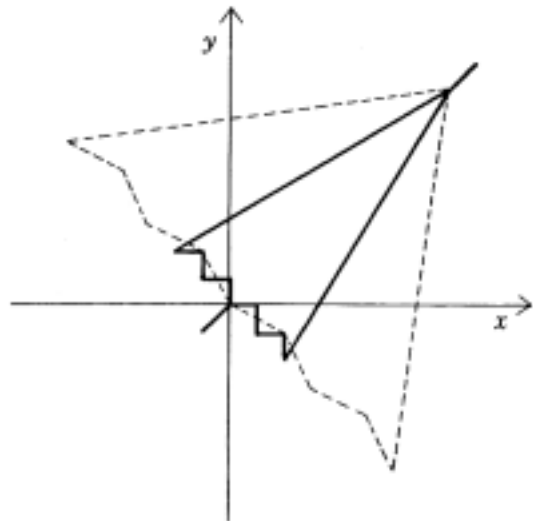


図1. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ で表される一次変換で傘の図を写す

7. 学生の反応

学生には授業終了時に感想を書いてもらい、反省の材料にしている。積極的に評価している学生が多い。以下、いくつかの感想を紹介する。

- ・授業を受ける前、私は数学が苦手なので「むづかしそうで困るなぁ」と思っていたのですが、実際受けてみると、ゲーム感覚でやるのが多くて、楽しかったです。教科書も、数学の教科書らしくなく、読んでみるとおもしろいし、こんな教科書をはじめてみました。
- ・数学というと、問題を解いて答え合わせをするというイメージがあった。今回、線形代数の授業を受けて、数学に対するイメージが変わった。頭を使ってごく身近なことと関連することを考えたりした。
- ・今までの数学の授業は、先生がやったのを写してまねをするだけでした。この授業では、答を自分で探していくといった学問本来の姿が少し見えた気がした。
- ・行列とベクトルを組合せて表にまとめると、人口分布の詳しい結果が出ることを知った。高校では、行列は行列、ベクトルはベクトルというふうに独立していて、違う分野を組合せること

がなかったので、この授業は新鮮なものであった。

- ・レポートは考察のところがうまく書けなかったので、評価が悪かった。後の授業で講評を聞いて、資料や出てきた結果からもっと自由に考えていいのだと思った。
- ・スライドを見せたり、先生が作った道具（ブラックボックスなど）で授業をすすめていくやり方はとてもいいと思います。話だけだと眠たくなるけれど、この授業ではそんなことはありませんでした。
- ・普段の授業と違って友だちと自由に相談できることもよかった。
- ・授業の様子は自分で作業をしてまとめる能動的なものでした。

こういった肯定的な評価が8割くらいある一方で、「黒板にもっと整理して書いてほしい」とか「先生は十分説明しないうちに問題をやらせようとする」といった不満も少数ある。授業中でも、概数のケタ数は

どうしたらいいのかとか、細かい所まで指示を求める学生もいる。高校までの授業から脱却するのにとまどっているのであろう。

8. おわりに

私の線形代数の授業について紹介したが、さらに詳しく知りたい人は木村良夫(1993)を参照してほしい。この本のなかで紹介している課題は、通常の授業のなかで、1,2時間を使って応用的な課題として取り上げることできる。数学の理論、計算法以外に1例であっても応用例を取り上げることで、学生の数学に対するイメージもずいぶん変わってくるのではないか。

参考文献

木村良夫(1997)「数学パズルで遊ぼう」,日本評論社
 木村良夫(1993)「おもしろ線形代数」,現代数学社