

# アメリカにおける数学教育についての論争

ト - マス ジャドソン

ポートランド大学数学科

## The Mathematics Education Controversy in the United States

Thomas W. Judson\*

Department of Mathematics, The University of Portland

*Abstract* Mathematics education in the United States has undergone a series of reforms in the last century with the most recent reform occurring in the last fifteen years. The most recent effort to reform mathematics education was a response to the increasing demand for mathematically literate graduates and a perceived decline in the mathematical ability of students. The current effort to improve mathematics education in the United States is characterized by the introduction of inexpensive technology, the NCTM Standards, calculus and kindergarten-through-twelfth-grade (K-12) reform projects, and the introduction of a variety of pedagogical techniques in the classroom. There has been a great deal of controversy over whether or not reform has been accomplishing its goals. This controversy has come to be known as the "Math Wars." Educators, mathematicians, elected officials, parents, and even the local and national media have become involved in the debate. The situation in the state of California merits special attention, since education in California strongly influences education in the rest of the United States.

(Received on December 15, 2000)

### 1. はじめに

近年アメリカでは数学教育について多くの論争が繰り広げられている。教育者と親たちは数学教育について心配をしているし、また数学教育はマスコミでもよく取り上げられるようになった。その論争は Math Wars と呼ばれている。論争の焦点はテクノロジーの使い方と NCTM スタンダード、数学教育改善プロ

ジェクトと教科書改訂、カリフォルニアの数学教育の枠組みである。

### 2. アメリカにおける数学教育の歴史

現在の状態を理解するためには数学教育の歴史を考察すべきである。アメリカの数学教育は20世紀に3度改革された。1900年頃、代数と幾何はほとんど

---

\* ) Correspondence: Department of Mathematics, The University of Portland, 5000 North Willamette Boulevard Portland, Oregon 97203-5798, USA

の高校で別々の1年間のコースとして教えられていた。しかし、その頃にシカゴ大学の教育者は代数と幾何を1つのコースに結合するという改革をもたらした。シカゴ大学付属高校を筆頭にイリノイ州の各高校において結合された代数と幾何のコースが教えられた。1903年にアメリカ数学会のE. H. Moore会長は高校の数学教育改革を支持すると表明した。彼は純粋数学と応用数学の教育の結合が必要だと感じていた。彼の意見は「生徒が代数と幾何、物理を1つの4年間のコースで勉強したら、数学教育が改善されるだろう」というものだった。しかし、東部の大学の数学者は幾何を他のものと別のコースで教えなければならないと感じていた。彼らの考えは幾何の授業で学生が論理の考え方を学ぶというものであった。こうして、1回目の改革運動が消えた。

1950年代、New Mathという改革運動が始まった。50年代後半にアメリカは冷戦に強く関わってきたため、質の高い科学者とエンジニアが必要だった。加えて、第2次世界大戦におけるテクノロジーの改善やコンピュータの発明、宇宙開発のプログラムのため、多くの数学に強い卒業生が必要だった。その時代に、アメリカの数学の研究は質、量ともに向上し、そのため入学者も増えた。多くの学生が数学と工学、科学の専攻を選んだため、大学側がより優秀な生徒を選ぶことができた。数学を取る学生が増えたため、2つの指導方法がとられた。工学と物理学専攻の生徒は微積分を技術的に学び、一方で、大学院において数学を学ぶ学生は、微積分を論理的に学んだ。

当時、アメリカでは多くの生徒が大学への準備が不十分であり、また入学後も数学科の標準が高いため、多くの生徒は微積分のコースを終わらせることができなかった。その上、大学院においても1年生の落第率は高く、また大学から大学院への移行を簡単にするため、多くの数学者は大学の数学課程改革が必要だと感じていた。

その改革運動はNew Mathと呼ばれた。New Mathの焦点は1つではなかった。それどころか、いろいろな努力を必要とする改革だった。改革を支持していた教育者は、中学校と高校で「関数」と「関係」をはじめ集合論を教えるべきで、学生がその項目と代数的な構造を学ぶことができるはずだと考えた。1960年代には殆んどの数学者は純粋数学の研究をしていた。そのため、彼らは抽象数学の枠組みで高校の数学教育が統一される必要があると感じていた。

1963年にMorris Klineという教授と他の数学者はAmerican Mathematical Monthlyで反対の立場の声明を発表し、New Mathを批判した。彼らは高校では数学の基礎が一番大切であると感じていて、抽象数学の代わりに幾何や代数、三角法、微積分のような便利な数学を取り上げなければならないと書いた。Klineの1963年の『Why Johnny Can't Add: The Failure of New Math』という本の立場と1903年のMooreの意見はほぼ同じであった。

1980年代に入っても依然多くの数学者と教育者は数学教育の改革が必要であると感じていた。1970年代にアメリカの大学で数学の専攻の生徒は61パーセントに低下した。1981年にアメリカ数学協会(Mathematical Association of America, MAA)は大学卒業生が数学者になる代わりに、一般の仕事や教職に携わるようになったと報告した。多くの学生は準備不足や学費を払うことができないため、community collegeに入った。それで、community collegeの数が増えた。同時に大学の微積分のコースでの落第率は高く、大学院で多くの1年生が落第した。

微積分の改革の発端は1980年代の2つの会議である。最初の会議では25人の数学者がチューレン大学で微積分の教え方を話し合った。次の会議ではワシントンで700人以上が話し合った。出席した学者は生徒が必要な技術と大切な概念を学んでいないと感じていた。そのあとで、米国国立科学財団や私立の財団は数学教育の研究のために資金を提供してきた。

同時に多くの学者が小学校と中学校と高校の数学教育についても焦点をあてた。第2回・第3回国際数学科学調査で、アメリカの学生は不十分な結果を残した。資金を提供する機関として国立教育省があるが、米国憲法によって教育は州の責任である。多くの国と違ってアメリカでは小・中学校および高等学校において国定のカリキュラムがない。

### 3. NCTM スタンダード

1980年代に国立数学教師評議会(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)は小・中・高等学校で数学教育を結合する役割を担うようになった。以前から様々な州では教育の枠組みと教科書を決定する委員会があったが、まだそれらの公立団体と私立団体は国定教育課程を全然書いていなかった。多くの場合には教科書の採用は地方の教育委員会の決

定だった。アメリカでは約 16,000 の教育委員会があるため、国が定める数学教育のビジョンというものがなかった。

1986年にNCTMの役員会は数学教育のスタンダードの開発に着手した。約3年間で、『Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics』が出版され、『Professional Standards for School Mathematics』と『Assessment Standards for School Mathematics』がそれぞれ1991年と1995年に出版された。多くの数学者と教育者はスタンダードを支持したが、他の学者と多くの親たちは批判した。反対する数学者はこのスタンダードでは証明と代数が不十分だと感じていて、親たちは計算的なアルゴリズムが大切だと発言した。多くの人は小学校でのテクノロジーの使用を批判した。

2000年4月にNCTMは改訂版のスタンダードを出版した。スタンダード2000年についてアメリカ数学会やMAAが検討したが、初版の問題が解決したかどうかは、まだ分からない。

#### 4. カリフォルニアの状況

カリフォルニアでは数学教育の論争は特に激しい。数学教育改革支持者による新しいコースでは、生徒はたくさんのいろいろな問題が解決できるし、概念の理解と自分で学ぶ力も上達すると感じている。しかし、改革批判者はそのコースの内容は不十分で、算数と代数の練習が不足なので、生徒は計算ができないと感じている。アメリカの小・中学校教師は数学の力が弱いため、実際に改革された教科書を有効に使うことができない。

カリフォルニアの現状は他州からも注目されている。まず、アメリカでは教科書出版は大きな産業であり、アメリカの8分の1の生徒はカリフォルニアの公立学校に通学している。従って、教科書が全国に浸透するためにも、カリフォルニアでの採用は必要である。そこで、カリフォルニアにおける教科書産業の競争が激しいということになる。

その上、カリフォルニアの学校ではいろいろな問題がある。多くの授業は混んでいて、1人の生徒につき資金は少なく、英語は多くの生徒の母国語ではない。1980年代の全国の知能試験によると43の州の中でカリフォルニアのランクは43番目だった。

カリフォルニアの教育システムは複雑である。カ

リフォルニア教育省の教育長は選挙で選ばれるが、州立教育委員会の委員は州知事が指名する。教育委員会は教育課程や政策、教科書の採用を決定する。一方、教育省は政策を実行したり学校のシステムを管理したりする。教育委員会はカリキュラム委員会の委員も指名する。7年間毎にカリキュラム委員会は新しい数学教育の枠組みの草案を作るが、カリキュラム委員会の推薦について教育委員会の承認が必要である。ほとんどのカリキュラム委員会の委員は小・中学校および高校の教師だが、教育学の教授や教育省の役人や校長が数人含まれる。カリキュラム委員会の推薦によって教育委員会は枠組み委員会や教科書の採用パネルの委員を指名する。最後に知事と州議会はスタンダード委員会の委員を指名する。スタンダード委員会の任務は教育スタンダードの開発だが、教育委員会はそのスタンダードを承認しなければならない。ちなみに、1998年までカリフォルニアの州知事は保守主義の共和党員だったが、教育長は自由主義の民主党員だった。

1985年に教育委員会は新しい数学教育の枠組みを採用したが、教師と教科書の出版社はその枠組みに現れるいろいろなアイデアを経験したことがなかった。1989年のNCTMスタンダードは1986年のカリフォルニアの枠組みのアイデアを含んでいた。しかし、1987年に出版された教科書は枠組みを十分に取入れられていなかったため、どれも採用されなかった。そのため、1995年まで小学校と中学校では1980年代の教科書を使い続けた。

1992年にもう一度教育委員会は新しい数学教育の枠組みを採用した。その枠組みとNCTMスタンダードは共通点がたくさんあった。改革を評価するために教育省はCLASという全州の試験を制定した。以前の試験ではすべての問題は多肢選択だったが、CLASでの多くの問題はエッセイと自由記述の問題になった。生徒の答えが正しくても、不適切な説明だと落とされることがあった。したがって、多くの親たちは気に入らなかった。更に、多くの教育者と親たちはその試験での算数のテクニクの問題は不十分だと感じていた。1993年にCLASは実地テストされて、1994年に知事はCLASの資金申請を却下した。次の年に教科書の採用についてカリフォルニア州議会は法律を作り、その法律によって数学の教科書は算数の技術と基本の計算を強調しなければならないと定められた。同時に初めて改善された教科書が出版された。

第3回国際数学理科調査でアメリカの生徒の結果は不十分で、カリフォルニアでは多くの人々が1992年の枠組みを非難した。1996年に教育委員会は新しい枠組み委員会の委員を指名した。枠組み委員会において多くの委員は前の枠組みを批判した。多くの激しい論争の後で、新しい枠組みのレポートを発表したが、カリキュラム委員会はそのレポートを拒否した。レポートではそれぞれの学年のトピックが説明されたが、教え方の説明がなかった。その枠組みはNCTMスタンダードに違反していた。その後で、4人のスタンフォード大学の数学者の推薦によって、教育委員会は改訂された枠組みを承認した。1999年に新しい教科書が採用されたが、改革された教科書は選ばれなかった。

## 5. 改革に対する反応

カリフォルニアでは改革の支持者も批判者もマスコミをよく使うが、最初の草の根活動となった批判グループもマスコミで改革を非難した。それらのグループの中で『Mathematically Correct』というグループの声はとて力がある。草の根のグループ以外にもいろいろな数学者が数学教育の改革運動を批判した。批判者の中ではバークレー大学のWu教授やウィスコンシン大学のAskey教授、スタンフォード大学のMilgram教授、カリフォルニア大学デービスキャンパスのAlder教授の声はとて力がある。しかし、それでもNCTMと米国国立科学財団とカリフォルニア数学会は改革を支持している。カリフォルニア数学会はNCTMと提携している。Math Warsの前にはカリフォルニア数学会は教師の資質向上に焦点を当てていたが、最近ではマスコミもよく使う。

多くの批判者は、数学の改革は必要だが、現在の改革の方向は間違っていると指摘している。彼らは現在の改革のプロジェクトでは、証明と論理の考え方は不十分で、応用が強調されすぎていて、重要な方程式とアルゴリズムが教えられていないと感じている。一般に小・中学校および高校の数学の問題は重要だと感じている。

ある調査において、1997年のカリフォルニアの数学教育の枠組みは高い点数を取った。その調査ではノースカロライナ州とオハイオ州と日本のカリキュラムも最高だった。面白いことに改革者も批判者も論争で日本の例をよく使う。

1998年のアメリカ数学会の会議でRichard Rileyという教育長官はMath Warsを終わらせるよう要求した。その論争で負けるのは学生だけだと言った。それでも、Math Warsはさらに続いている。

## 6. おわりに

1999年に国立教育省は10冊の改善された教科書を推薦した。11月にワシントンポストという新聞で約200人の数学者と科学者が教育省の選択を批判した手紙を発表した。実はその手紙は有料の広告だったのである。4人のノーベル賞受賞者と2人のフィールズ賞受賞者を含む署名者は教育長官に教科書の推薦を取り下げるよう要求した。教育長官は慎重な返事で、すべての人が協力して教育の問題を解決すると書いたが、その教科書の推薦は続いている。しかし、NCTMは「ワシントンポストの手紙の署名者は小学校と中学校と高校の数学教育を理解しておらず、その考えは声の大きな少数の人の意見である」と書いた。

現在の改革運動について1番の問題は小・中学校教師の数学知識である。例えば、ポートランド大学で教育専攻の大学生は4つの数学のコースだけ取る。Liping Maという教育者は博士論文で23人のアメリカ人の小学校教師と72人の中国人の教師を比べた。アメリカ人の教師は、中国人の教師よりも4年間から6年間多く教育を受けているにもかかわらず、中国人の数学の理解力の方が優っていた。大学で教師の数学教育が改善されない限り、恐らく本当の数学教育の改革は無理だろう。

## 参考文献

- S. Addington and J. Roitman. (1996), "Who is Dick Askey and why is he so upset about the standards?" *The Mathematics Teacher*, 89:626-628
- S. Addington, et. al. (2000), "Four Reactions to Principles and Standards for School Mathematics." *Notices of the American Mathematical Society*, 47:1072-1079
- Henry L. Alder. "Math War developments in California: Another Perspective." Communicated by email.
- Richard Askey. (1997), "What do we do about calculus?" *First, do no harm. American Mathematical Monthly*,

- 104(8):738-743
- Jerry P. Becker and Bill Jacob. (1998), "Math War" Developments in the United States (California). " ICMI Bulletin, 44(10):16-25
- California Department of Education. Mathematics Content Standards for California Public Schools. California Department of Education, Sacramento, CA. Available at <http://www.cde.ca.gov>.
- California Department of Education. (1992), "Mathematics Framework for California Public Schools." California Department of Education, Sacramento, CA
- California Department of Education. (1999), "Mathematics Framework for California Public Schools." California Department of Education, Sacramento, CA
- Ronald G. Douglas, editor. (1986), "Toward a Lean and Lively Calculus: Report of the Conference/Workshop to Develop Curriculum and Teaching Methods for Calculus at the College Level. Number 6 in MAA Notes." Mathematical Association of America, Washington, D.C.
- Estella A. Gavosto, Steven. G. Krantz and William McCallum, editors. (1999), "Contemporary Issues in Mathematics Education." Cambridge University Press, Cambridge
- Allyn Jackson. (1997), "The Math Wars: California Battles it out over mathematics education reform." Notices of the American Mathematical Society, 44:695-702, 817-823
- Thomas Judson. (1998), "Calculus Education in the United States." Proceedings of ICME-EARCOME 1
- Jeremy Kilpatrick. (1997), "Confronting reform." American Mathematical Monthly, 104(10):955-962
- Morris Kline. (1973), "Why Johnny Can't Add: The Failure of New Math." St. Martin's Press, New York
- Liping Ma. (1999), "Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States." Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, N.J.
- Mathematical Association of America. (1962), "On the mathematical curriculum of the high school." American Mathematical Monthly, 69:189-193
- E. H. Moore. (1903), "On the foundations of mathematics." Bulletin of the American Mathematical Society, 9:402-424
- National Commission on Excellence in Education. (1983), "A Nation at Risk: The Imperative for Educational Reform." U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989), "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics." National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991), "Professional Standards for Teaching Mathematics." National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995), "Assessment Standards for School Mathematics." National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000), "Principles and Standards for School Mathematics." National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA Available at <http://www.nctm.org/standards2000/>.
- National Research Council. (1989), "Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education." National Academy Press, Washington, D.C.
- Ralph Raimi and Larry Braden. (1998), "State Math Standards for the USA." Fordham Foundation, Available at <http://www.edexcellence.net>.
- Richard W. Riley. (1998), "The state of mathematics education: Building a strong foundation for the 21st century." Notices of the American Mathematical Society, 45(4):487-491
- William H. Schmidt, Curtis C. McKnight, and Senta A. Raizen, editors. (1997), "A Splintered Vision: An Investigation of U.S. Science and Mathematics Education." Kluwer Academic Publishers, Boston
- G. M. A. Stanic and J. Kilpatrick. (1989), "Mathematics curriculum reform in the United States: A historical perspective." Int. J. Educ. Inst., 17:407-417
- Lynn A. Steen, editor. (1988), "Calculus for a New Century: A Pump, Not a Filter." Number 8 in MAA Notes. Mathematical Association of America, Washington, D.C.
- U.S. Department of Education. "Exemplary and Promis-

ing Mathematics Programs". Available at <http://www.enc.org/ed/exemplary/>.

H. Wu. (1996), "The mathematician and mathematics education reform." Notices of the American Mathemati-

cal Society, 43:1531-1537

H. Wu. (1997), "The mathematics education reform: Why you should be concerned and what you can do." American Mathematical Monthly, 104(10):946-954